

MLZ klasa II

Rozwiązywanie układów równań metodą wyznaczników.

Weźmy dowolny układ równań w postaci:

$$\begin{cases} ax + by = m \\ cx + dy = n \end{cases}$$

gdzie x, y to niewiadome, zaś a, b, c, d, m, n to współczynniki liczbowe. Współczynniki liczbowe zapisujemy w kolumnach pomiędzy pionowymi kreskami w następujący sposób:

$$W = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}, \quad W_x = \begin{vmatrix} m & b \\ n & d \end{vmatrix}, \quad W_y = \begin{vmatrix} a & m \\ c & n \end{vmatrix}.$$

To są **współczynniki**. Zauważ, że aby otrzymać **wyznacznik** W_x lub W_y należy z **wyznacznika** W usunąć kolumnę współczynników stojących przy niewiadomej x lub y i wstawić kolumnę wyrazów wolnych, czyli m, n . Otrzymane w ten sposób **wyznaczniki** obliczamy mnożąc współczynniki „na krzyż” i odejmując iloczyny od siebie według wzoru:

$$W = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

Rozwiązanie całego układu otrzymamy wykonując następujące dzielenia:

$$x = \frac{W_x}{W}, \quad y = \frac{W_y}{W}.$$

Co w przypadku, gdy $W = 0$? Nie można wykonać dzielenia, zatem układ nie ma rozwiązań. Zaś jeśli ponadto W_x i W_y również są zerowe, to układ ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Zadanie 1. Stosując metodę wyznaczników, rozwiąż następujący układ równań:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases}$$

Zadanie 2. Stosując metodę wyznaczników, rozwiąż następujący układ równań:

$$\begin{cases} 4x = -3y + 10 \\ 5y = 3 \end{cases}$$

Zadanie 3. Stosując metodę wyznaczników, rozwiąż następujący układ równań:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 10 \\ 8x = 6y + 20 \end{cases}$$

Zadanie 4. Stosując metodę wyznaczników, rozwiąż następujący układ równań:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 10 \\ 8x = 6y + 10 \end{cases}$$

Zadanie 5. Jakie wartości muszą mieć a i b , aby układ poniżej nie był sprzeczny?

$$\begin{cases} x - 5y = b \\ 2x + ay = 6 \end{cases}$$